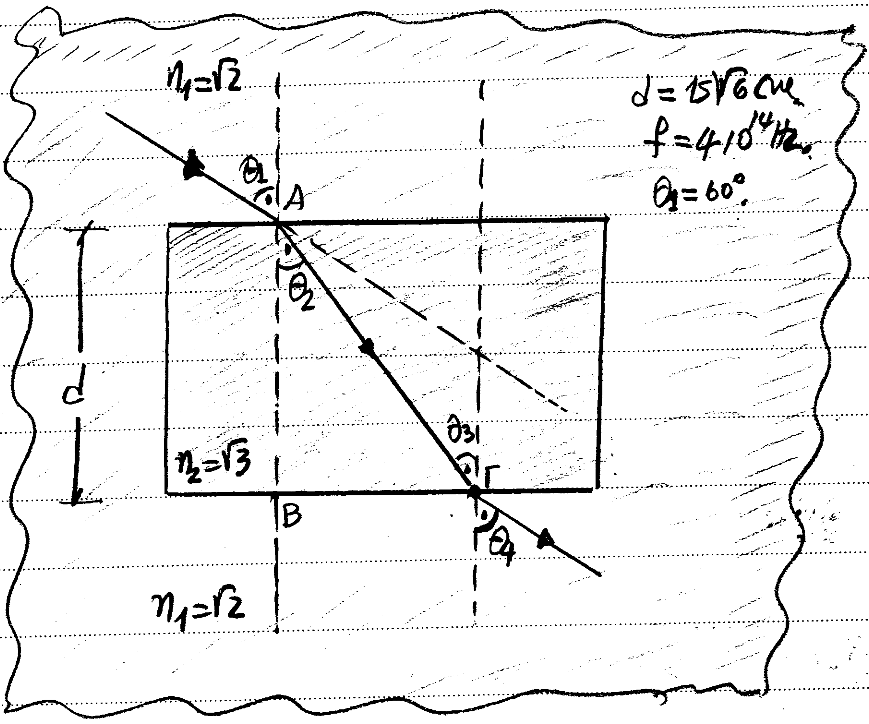
15

16.3.38



A) $n_1 \cdot ημ\theta_1 = n_2 ημ\theta_2$

$\Rightarrow ημ\theta_2 = \frac{n_1}{n_2} ημ\theta_1$

$\Rightarrow ημ\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow ημ\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\theta_2 = 45°}$

άρα η γωνία διάθλασης στο γυαλί είναι 45°

Γωνία πρόσπτωσης στο Γ.

$\theta_3 = \theta_2 \Rightarrow \boxed{\theta_3 = 45°}$

$n_2 \cdot ημ\theta_3 = n_1 \cdot ημ\theta_4 \Rightarrow ημ\theta_4 = \frac{n_2}{n_1} \cdot ημ\theta_3 \Rightarrow ημ\theta_4 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow ημ\theta_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_4 = 60°}$

άρα η εξερχόμενη είναι παράλληλη με την προσπίπτουσα.

B. $n_2 = \frac{c}{υ} \Rightarrow υ = \frac{c}{n_2} = \frac{3\cdot10^8}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3}\cdot10^8 \Rightarrow \boxed{υ = \sqrt{3}\cdot10^8 \, m/s}$. ταχύτητα της ακτινοβολίας στο γυαλί

$υ = λ\cdot f \Rightarrow λ = \frac{υ}{f} = \frac{\sqrt{3}\cdot10^8}{4\cdot10^{14}} \Rightarrow \boxed{λ = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot10^{-6} m}$ μήκος κύματος στο γυαλί.

Η ακτινοβολία διανύει τη διαδρομή ΑΓ το μήκος της οποίας βρίσκεται από τη σχέση

$συν\theta_2 = \frac{AB}{AΓ} \Rightarrow AΓ = \frac{AB}{συν\theta_2} = \frac{d}{συν45} \Rightarrow AΓ = \frac{15\sqrt{6}\ cm}{\sqrt{2}/2}$

$\Rightarrow AΓ = \frac{30\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{AΓ = 30\sqrt{3}\ cm}$. Το πλήθος

των κυμάτων στη διαδρομή ΑΓ είναι

$$N=\frac{AΓ}{λ}=\frac{30\sqrt{3}\,cm}{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot10^{-6}m}=\frac{30\sqrt{3}\cdot10^{-2}m}{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot10^{-6}}\Rightarrow N=120\cdot10^{4}$$

$\Rightarrow \boxed{N=12\cdot10^{5}\text{ μήκη κύματος}}$

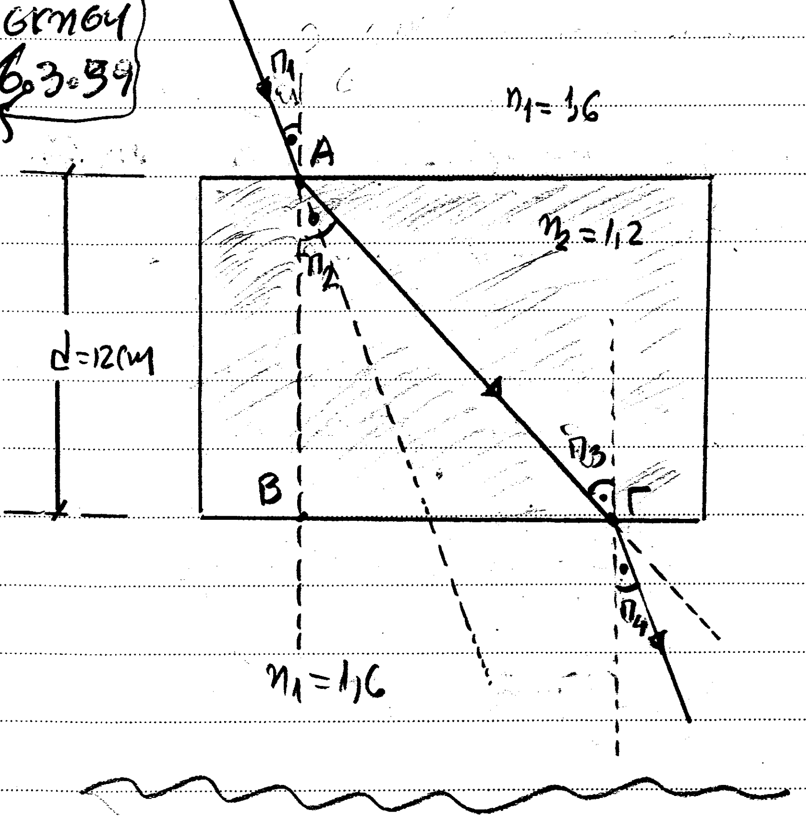
Γ. Ο χρόνος διέλευσης είναι $Δt=\frac{Δs}{υ}\Rightarrow$

$$\Rightarrow Δt=\frac{AΓ}{υ}=\frac{30\sqrt{3}\cdot10^{-2}m}{\sqrt{3}\cdot10^{8}m/s}$$

$\Rightarrow Δt=30\cdot10^{-10}s$ ή $\boxed{Δt=3\cdot10^{-9}s}$

ή $\boxed{Δt=3ns}$

Άσκηση 16.3.39



$λ_0=600nm$
$c=3\cdot10^{8}m/s$
$ημπ_1=0,6$

Α προσοχή.

α) Επειδή το φως διαδίδεται από πυκνότερο σε αραιότερο ελέγχουμε την περίπτωση και ολικής ανάκλασης στο σημείο πρόσπτωσης Α.

$n_1 \cdot ημ\, π_{ορ} = n_2\, ημ\, 90 \Rightarrow ημ\, π_{ορ} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,2}{1,6} \Rightarrow ημ\, π_{ορ} = 0,75$

Η γωνία πρόσπτωσης είναι τέτοια ώστε $ημ\, π_1 = 0,60 < ημ\, π_{ορ} = 0,75$

$\Rightarrow π_1 < π_{ορ}$ άρα το φως εισέρχεται στο πλακίδιο του γυαλιού διαθλώμενο.

$n_1 \cdot ημ\, π_1 = n_2\, ημ\, π_2 \Rightarrow ημ\, π_2 = \frac{n_1}{n_2}\, ημ\, π_1 = \frac{1,6}{1,2} \cdot 0,6 \Rightarrow ημ\, π_2 = 0,8$

Επίσης $π_3 = π_2 \Rightarrow ημ\, π_3 = 0,8$

$n_2 \cdot ημ\, π_3 = n_1\, ημ\, π_4 \Rightarrow ημ\, π_4 = \frac{n_2}{n_1}\, ημ\, π_3 \Rightarrow ημ\, π_4 = \frac{1,2}{1,6} \cdot 0,8$

$\Rightarrow ημ\, π_4 = 0,6$ άρα $π_4 = π_1$ δηλαδή η εξερχόμενη ακτίνα είναι παράλληλη με την εισερχόμενη –

β) Το μήκος κύματος στο γυαλί είναι $n_2 = \frac{c}{υ} = \frac{λ_0 f}{λ f} = \frac{λ_0}{λ}$

$\Rightarrow λ = \frac{λ_0}{n_2} = \frac{600nm}{1,2} \Rightarrow \boxed{λ = 500nm}, \Rightarrow \boxed{λ = 5 \cdot 10^{-7} m}$

Το φως στο γυαλί διανύει την απόσταση ΑΓ.

$συν\, π_2 = \frac{ΑΒ}{ΑΓ} \Rightarrow ΑΓ = \frac{ΑΒ}{συν\, π_2} = \frac{ΑΒ}{\sqrt{1 - ημ^2 π_2}} = \frac{12cm}{\sqrt{1 - 0,8^2}} = \frac{12}{0,6} cm$

$\Rightarrow ΑΓ = 20cm \Rightarrow \boxed{ΑΓ = 20 \cdot 10^{-2} m}$

Το πλήθος των μηκών κύματος στο γυαλί είναι $N = \frac{ΑΓ}{λ}$

$\Rightarrow N = \frac{20 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow N = 4 \cdot 10^{+5} \Rightarrow \boxed{N = 4 \cdot 10^5 \text{ μήκη κύματος}}$

γ) Η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο γυαλί είναι

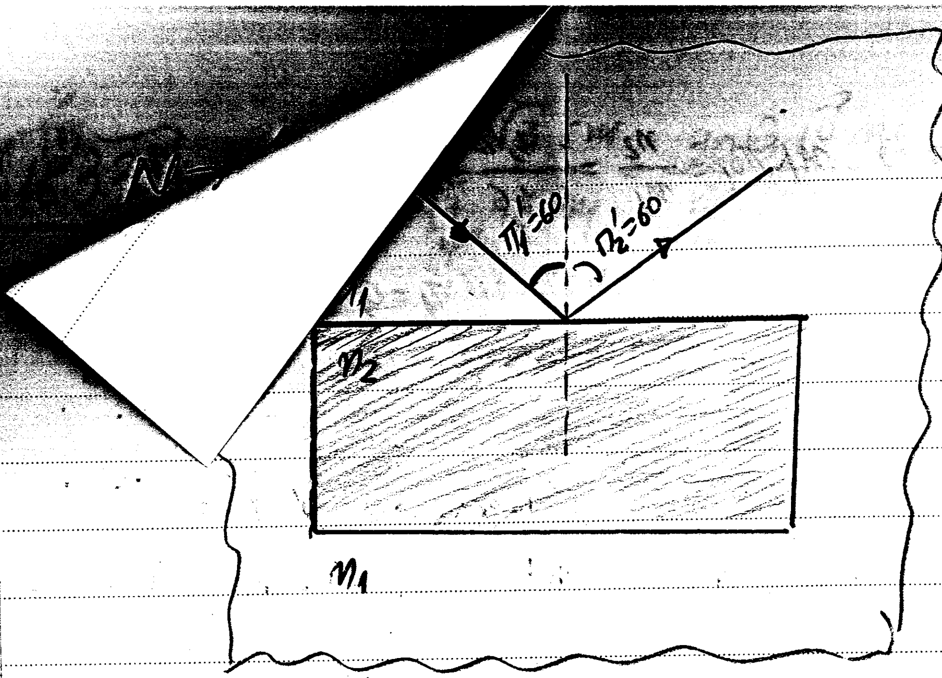
$n_2 = \frac{c}{υ} \Rightarrow υ = \frac{c}{n_2} \Rightarrow υ = \frac{3 \cdot 10^8}{1,2} \Rightarrow υ = \frac{30}{12} \cdot 10^8 m/s \Rightarrow υ = 2,5 \cdot 10^8 m/s$

Ο απαιτούμενος χρόνος διέλευσης είναι

$Δt = \frac{ΔS}{υ} = \frac{ΑΓ}{υ} = \cancel{\frac{20 \cdot 10^{-2}}{...\cdot 10^8}} \Rightarrow \cancel{Δt = 4,8 \cdot 10^{-10} s}$

ή ~~$Δt = 4,8 \cdot 10^{-9} s$~~ ή ~~$Δt = ...$~~

$Δt = \frac{20 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{Δt = 8 \cdot 10^{-10} s}$



Γιά την οριακή γωνία πρόσπτωσης στο χρυσό βρήκαμε

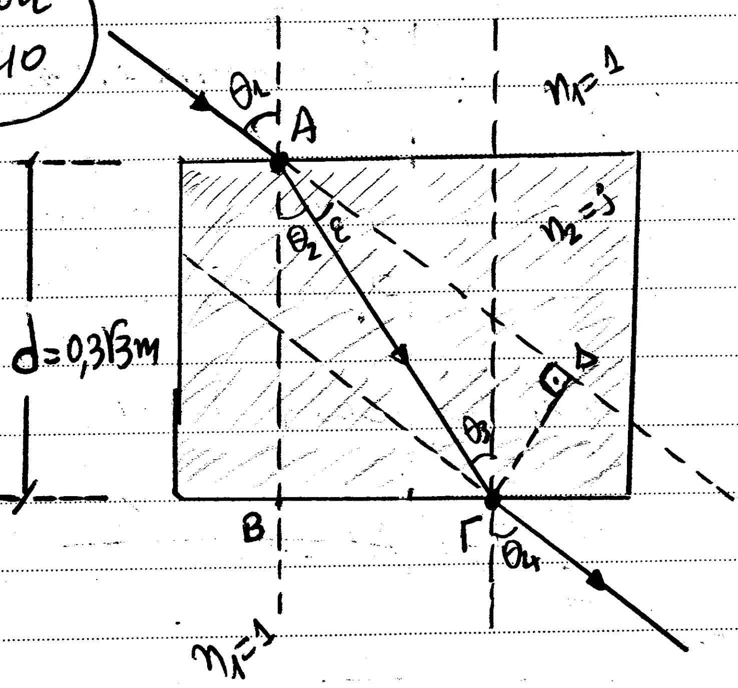
$\eta\mu\,\pi_{o\rho}=0,750$

Τώρα $\eta\mu\,\pi_1'=\eta\mu 60=\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1,73}{2}=0,865$

παρατηρούμε $\eta\mu\,\pi_1'=0,865>\eta\mu\,\pi_{o\rho}=0,750 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pi_1'>\pi_{o\rho}$ άρα έχουμε το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης.

Άσκηση 16.3.40



$c=3\cdot10^8 m/s$

$\theta_1=45^o$

$\varepsilon=15^o$

α) $\theta_2=\theta_1-\varepsilon=30^\circ$. $n_1\cdot\eta\mu\theta_1=n_2\,\eta\mu\theta_2 \Rightarrow n_2=\frac{n_1\cdot\eta\mu\theta_1}{\eta\mu\theta_2}\Rightarrow n_2=\frac{1\cdot\eta\mu 45}{\eta\mu 30}=\frac{\sqrt2/2}{1/2}$

$\Rightarrow \boxed{n_2=\sqrt2}$

β) $\theta_3=\theta_2=30^\circ$.

Υπολογισμός της οριακής γωνίας για έξοδο από το γυαλί στο κενό

$n_2\cdot\eta\mu\theta_{\text{ορ}}=n_1\cdot\eta\mu 90 \Rightarrow n_2\cdot\eta\mu\theta_{\text{ορ}}=1 \Rightarrow \eta\mu\theta_{\text{ορ}}=\frac{1}{n_2}=\frac{1}{\sqrt2}\Rightarrow \boxed{\theta_{\text{ορ}}=45^\circ}$

Επειδή $\theta_3=30^\circ<\theta_{\text{ορ}}=45^\circ$ δεν έχουμε φαινόμενο ολικής ανάκλασης, αλλά φαινόμενο διάθλασης

γ) $n_2\cdot\eta\mu\theta_3=n_1\,\eta\mu\theta_4 \Rightarrow \sqrt2\,\frac12=1\cdot\eta\mu\theta_4\Rightarrow \underline{\theta_4=45^\circ=\theta_1}$ ...

δ) Η παράλληλη μετατόπιση της εξερχόμενης είναι η ΓΔ, η οποία θα υπολογισθεί από το τρίγωνο ΑΓΔ

$\eta\mu\varepsilon=\frac{\Gamma\Delta}{A\Gamma}\Rightarrow \Gamma\Delta=A\Gamma\cdot\eta\mu\varepsilon$ (1)

Ο υπολογισμός της ΑΓ θα γίνει από το τρίγωνο ΑΒΓ

$\sigma\upsilon\nu\theta_2=\frac{AB}{A\Gamma}\Rightarrow A\Gamma=\frac{AB}{\sigma\upsilon\nu\theta_2}=\frac{0{,}3\sqrt3}{\sqrt3/2}\Rightarrow \boxed{A\Gamma=0{,}6m} \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$\Gamma\Delta=0{,}6\cdot\eta\mu 15\Rightarrow \Gamma\Delta=0{,}6\cdot0{,}26\Rightarrow \boxed{\Gamma\Delta\simeq0{,}155m}$

ε) Η ταχύτητα της ακτινοβολίας στο γυαλί είναι

$n=\frac{c}{v}\Rightarrow v=\frac{c}{n}\Rightarrow v=\frac{3\cdot10^8 m/s}{\sqrt2}\Rightarrow v=\frac{3\sqrt2}{2}10^8\Rightarrow$

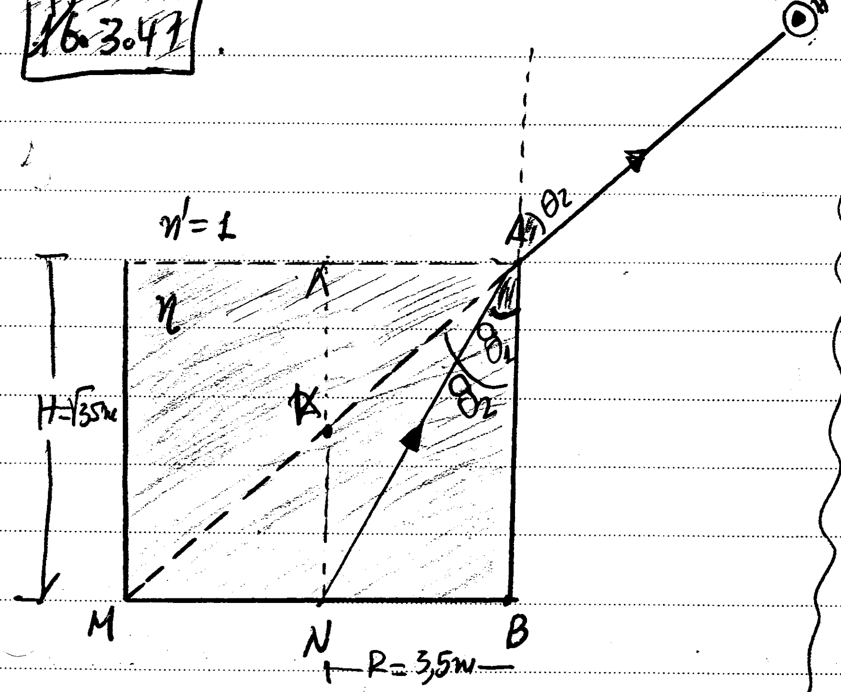
$\Rightarrow v=1{,}5\sqrt2\cdot10^8 m/s$

Ο χρόνος διάδοσης είναι $\Delta t=\frac{A\Gamma}{v}\Rightarrow$

$\Delta t=\frac{0{,}6m}{1{,}5\cdot\sqrt2\cdot10^8}=\frac{0{,}4}{\sqrt2}\cdot10^{-8}=\frac{0{,}4\sqrt2}{2}\cdot10^{-8}\Rightarrow\Delta t=0{,}2\sqrt2\cdot10^{-8}$

$\Rightarrow \boxed{\Delta t=2\sqrt2\cdot10^{-9}s}$

$\boxed{16.3.41}$ 15



A) Όταν η δεξαμενή είναι γεμάτη η Νευταρία βλέπει μέχρι το N. Αυτό σημαίνει ότι η «τελευταία» ακτίνα NA διαθλώμενη θα έφτανε στο μάτι της Νευταρίας.

θ_1 = γωνία πρόσπτωσης
θ_2 = γωνία διάθλασης

$$\eta\mu\theta_1 \cdot n = \eta\mu\theta_2 \cdot n' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{\eta\mu\theta_2}{\eta\mu\theta_1}} \quad (1)$$

$$\eta\mu\theta_2 = \frac{MB}{MA} \; (2) \quad \text{και} \quad \eta\mu\theta_1 = \frac{NB}{NA} \; (3)$$

$$\overset{\Delta}{MAB} \Rightarrow NA = \sqrt{NB^2 + BA^2} \Rightarrow NA = \sqrt{7^2 + \sqrt{35}^2} \Rightarrow \boxed{NA = \sqrt{84}\,m}$$

$$\overset{\Delta}{NAB} \Rightarrow NA = \sqrt{NB^2 + BA^2} \Rightarrow NA = \sqrt{3{,}5^2 + \sqrt{35}^2} \Rightarrow \boxed{NA = \sqrt{47{,}25}\,m}$$

$$(2) \Rightarrow \eta\mu\theta_2 = \frac{7}{\sqrt{84}} \qquad (3) \Rightarrow \eta\mu\theta_1 = \frac{3{,}5}{\sqrt{47{,}25}}$$

$$(1) \quad n = \frac{\eta\mu\theta_2}{\eta\mu\theta_1} \Rightarrow n = \frac{7/\sqrt{84}}{3{,}5/\sqrt{47{,}25}} \Rightarrow n = 2\sqrt{\frac{47{,}25}{84}} \Rightarrow n = 2 \cdot 0{,}75$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 1{,}5}$$

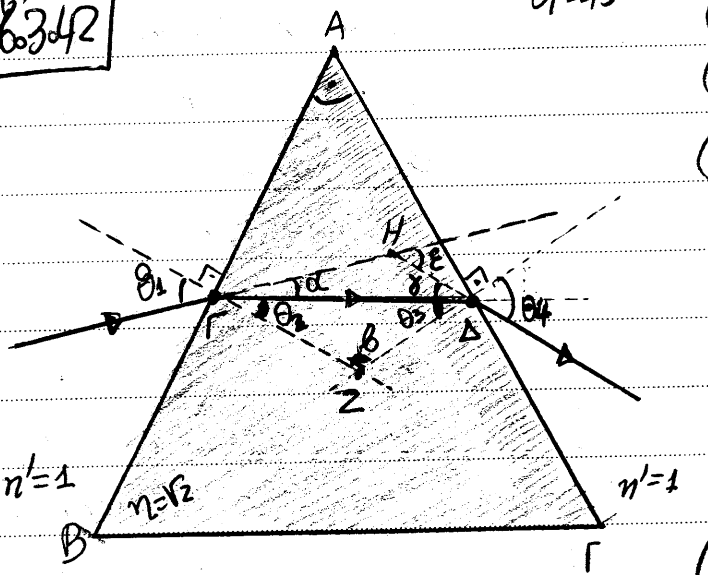
B) Η Νευταρία ~~θα βλέπει~~ (λόγω φαινομένης ανύψωσης) ~~σημείο~~ αντικείμενο που είναι στο N θα το βλέπει στο σημείο K.

προφανώς $\frac{KN}{AB} = \frac{NN}{MB}$ (...όμοια τρίγωνα) $\Rightarrow KN = \frac{NN}{MB} \cdot AB$

$\Rightarrow KN = \frac{1}{2} \cdot AB \Rightarrow KN = \frac{AB}{2} \Rightarrow$. Άρα το βάθος είναι $\Lambda K = \ldots = \frac{AB}{\ldots} = \ldots = 2{,}95\,m \Rightarrow \boxed{\Lambda K = 2{,}95\,m}$

16342

$A = 60^\circ$
$\theta_1 = 45^\circ$



α) Νόμος snell στο Γ

$n' \cdot \eta\mu\theta_1 = n \cdot \eta\mu\theta_2 \Rightarrow$

$\eta\mu\theta_2 = \frac{\eta\mu\theta_1}{n} = \frac{\eta\mu 45}{n} = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \eta\mu\theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 30^\circ}$

Από το τετράπλευρο ΑΓΔΖ

$\Rightarrow A + Z = 180 \Rightarrow A + \beta = 180$

$\Rightarrow \beta = 120^\circ$

$\overset{\triangle}{\Gamma Z \Delta} \Rightarrow \theta_2 + \theta_3 + \beta = 180$

$\Rightarrow 30 + \theta_3 + 120 = 180$

$\Rightarrow \boxed{\theta_3 = 30^\circ}$ δηλ. η πρόσπτωση στην ΑΓ γίνεται με $\theta_3 = 30^\circ$

Η οριακή γωνία στην ΑΓ είναι. $n \cdot \eta\mu\theta_{crit} = n' \eta\mu 90$

$\Rightarrow \sqrt{2}\,\eta\mu\theta_{crit} = 1 \Rightarrow \boxed{\theta_{crit} = 45^\circ}$

επειδή $\theta_3 < \theta_{crit}$ προφανώς στο σημείο Δ έχουμε διάθλαση, άρα έξοδο από την ΑΓ.

β) Νόμος snell στο Δ: $n \cdot \eta\mu\theta_3 = n' \eta\mu\theta_4 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \eta\mu 30 = 1 \cdot \eta\mu\theta_4$

$\Rightarrow \boxed{\theta_4 = 45^\circ}$

Η γωνία εκτροπής ε υπολογίζεται από το τρίγωνο

$\overset{\triangle}{H\Gamma\Delta} \Rightarrow \varepsilon = \alpha + \gamma \Rightarrow \varepsilon = (\theta_1 - \theta_2) + (\theta_4 - \theta_3)$

$\Rightarrow \varepsilon = (\theta_1 + \theta_4) - (\theta_2 + \theta_3) \Rightarrow \varepsilon = 90 - 60 \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 30^\circ}$

γ) Η οριακή γωνία στην ΑΓ είναι $\theta_{crit} = 45^\circ$ (υπολογίστηκε)

Για να έχουμε ολική ανάκλαση πρέπει $\theta_3 > 45^\circ$ (1)

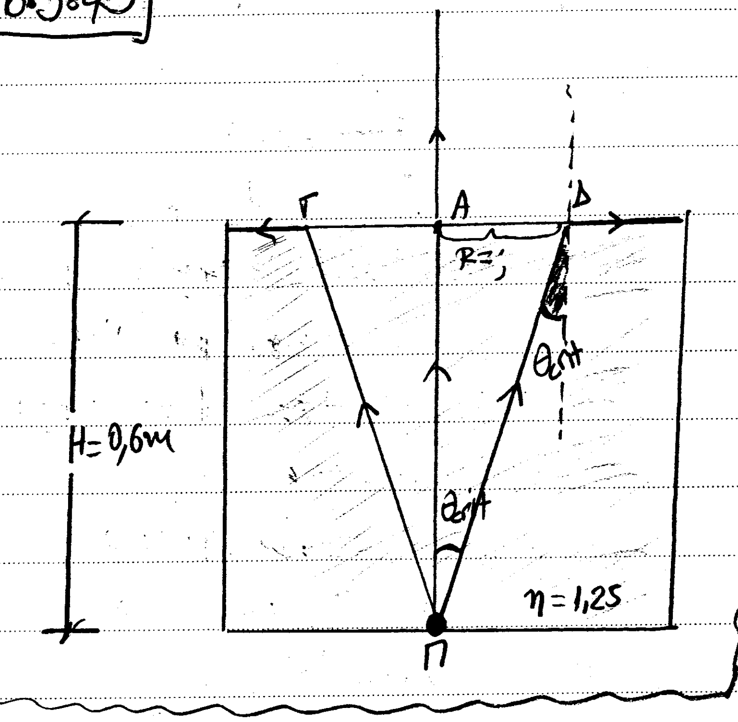
$\overset{\triangle}{\Gamma Z \Delta} \Rightarrow \theta_2 + \theta_3 + \beta = 180 \Rightarrow \theta_2 + \theta_3 + (180 - A) = 180$

$\Rightarrow \theta_2 + \theta_3 + 180 - A = 180 \Rightarrow \theta_2 + \theta_3 = A \Rightarrow \theta_3 = A - \theta_2$

$\Rightarrow \theta_3 = A - 30^\circ \overset{(1)}{\Longrightarrow} A - 30^\circ > 45^\circ \Rightarrow \boxed{A > 75^\circ}$

15

$\boxed{16.3.43}$



Α.α) Οι ακτίνες που εκπέμπει η φωτεινή πηγή Π θα εξέρχονται εφόσον προσπίπτουν στη διαχωριστική επιφάνεια του νερού με το κενό με γωνία μικρότερη της οριακής γωνίας θ_{crit} (βλ. σχήμα). Στο σχήμα δηλαδή θα εξέρχονται όσες ακτίνες προσπίπτουν μεταξύ Γ και Δ.

Τό σχήμα όμως παριστάνει μια κατακόρυφη τομή της όλης πραγματικότητας που είναι μια εξερχόμενη κωνική δέσμη φωτός με κέντρο το σημείο Π. Η επιφάνεια του νερού που εξέρχεται είναι προφανώς η βάση του κώνου ακτίνας $R=ΑΔ=ΑΓ$

Α.β) $\eta \cdot ημ\theta_{crit} = 1 \cdot ημ90 \Rightarrow 1{,}25 \cdot ημ\theta_{crit} = 1 \Rightarrow ημ\theta_{crit} = \frac{1}{1{,}25}$

$\Rightarrow \boxed{ημ\theta_{crit} = 0{,}8}$ Επίσης $συν\theta_{crit} = \sqrt{1-ημ^2\theta_{crit}} = 0{,}6$ και $εφ\theta_{crit} = \frac{0{,}8}{0{,}6} = \frac{4}{3}$

$\overset{\triangle}{ΑΔΠ} \Rightarrow εφ\theta_{crit} = \frac{ΑΔ}{ΑΠ} \Rightarrow εφ\theta_{crit} = \frac{R}{H} \Rightarrow R = H \cdot εφ\theta_{crit}$

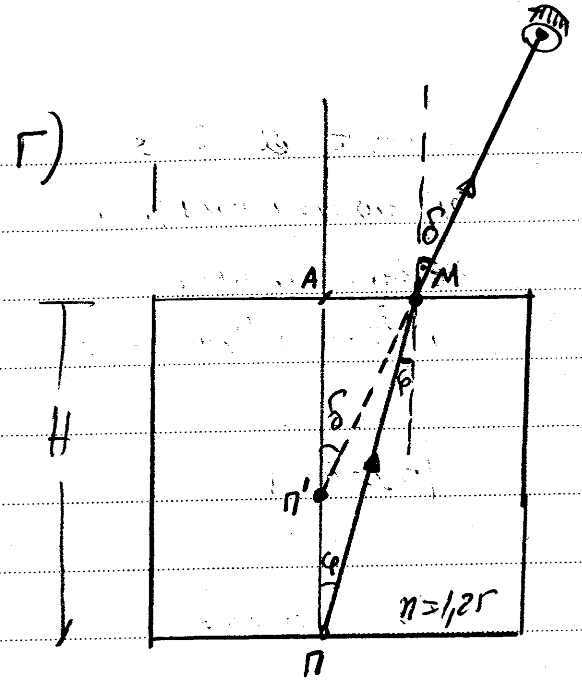
$\Rightarrow R = 0{,}6 \cdot 4/3 \Rightarrow \boxed{R = 0{,}8m}$

Β) Θα συγκρίνουμε την γωνία πρόσπτωσης $\theta=30°$ με την θ_{crit}

$$\left.\begin{array}{l} ημ\theta = ημ30 = 0{,}5 \\ ημ\theta_{crit} = 0{,}6 \end{array}\right\} \Rightarrow ημ\theta < ημ\theta_{crit} \Rightarrow \theta < \theta_{crit}.$$

άρα εξέρχεται από το νερό στον αέρα

Γ)



Η ακτίνα ΠΜ προσπίπτει σε γωνία φ ($ημφ=0,4$) και διαθλάται (γωνία διάθλασης δ) φθάνει στον παρατηρητή ο οποίος νομίζει ότι προέρχεται από το σημείο Π' δηλαδή από βάθος ΑΠ' αντί το πραγματικό ΑΠ.

Νόμος Snell στο Μ: $η \cdot ημφ = η' \cdot ημδ \Rightarrow ημδ = \frac{η\,ημφ}{1}$

$\Rightarrow ημδ = 1,25 \cdot 0,4 = 0,5 \Rightarrow \boxed{δ = 30^\circ}$

Το βάθος ΑΠ' θα βρεθεί από το τρίγωνο ΑΠ'Μ ως εξής

$$εφδ = \frac{ΑΜ}{ΑΠ'} \Rightarrow ΑΠ' = \frac{ΑΜ}{εφδ} \Rightarrow ΑΠ' = \frac{ΑΜ}{εφ30} \quad (1)$$

Η ΑΜ θα υπολογισθεί από το τρίγωνο $\overset{\triangle}{ΑΠΜ}$

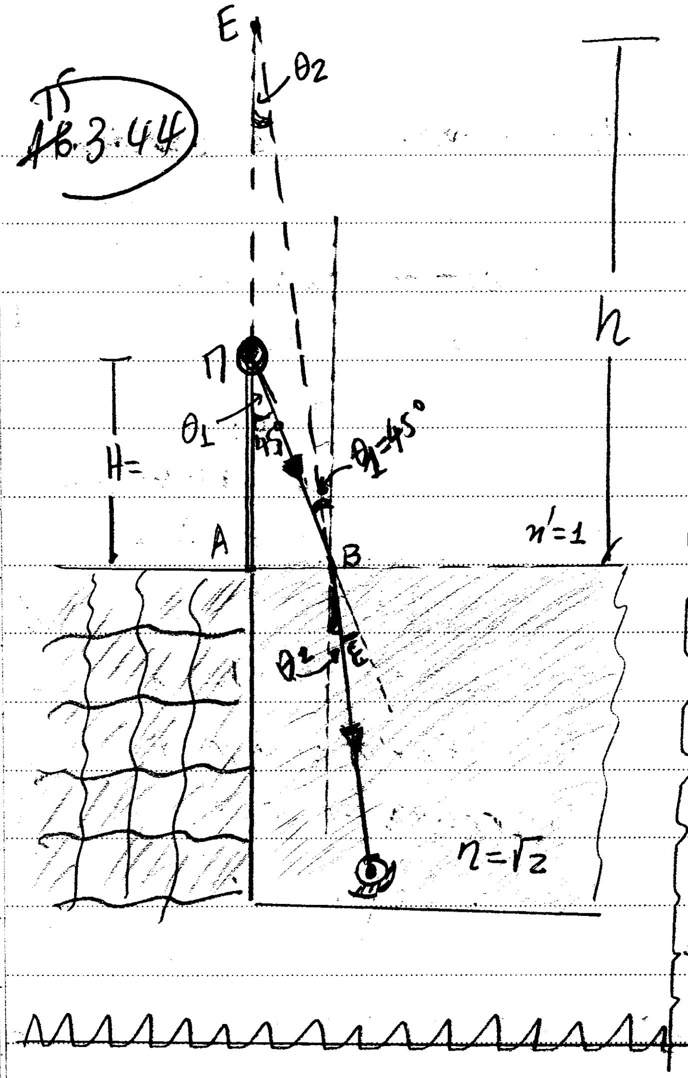
$$\Rightarrow εφφ = \frac{ΑΜ}{ΑΠ} \Rightarrow ΑΜ = ΑΠ \cdot εφφ \Rightarrow ΑΜ = Η \cdot εφφ$$

$$\Rightarrow ΑΜ = Η \cdot \frac{ημφ}{συνφ} = Η \cdot \frac{ημφ}{\sqrt{1-ημ^2φ}} = 0,6 \cdot \frac{0,4}{\sqrt{1-0,4^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{ΑΜ = 0,26\,m}$$

$$(1) \Rightarrow ΑΠ' = \frac{0,26}{\sqrt{3}/3} \Rightarrow ΑΠ' = 0,26\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{ΑΠ' = 0,45\,m}$$

ΤΣ Αβ 3.44



α) Νόμος Snell στο Β

$n' \cdot ημθ_1 = n \cdot ημθ_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \cdot ημ45 = \sqrt{2} \cdot ημθ_2$

$\Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\, ημθ_2 \Rightarrow ημθ_2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{θ_2 = 30°}$

Επιπλέον
Η γωνία εκτροπής είναι

$ε = θ_1 - θ_2 \Rightarrow$

$ε = 45° - 30°$

$\Rightarrow \boxed{ε = 15°}$

β) Ο παρατηρητής έχει την αίσθηση ότι το φως προέρχεται από το σημείο Ε (φαινομενική ανύψωση) που η προέκταση της διαθλώμενης τέμνει την κατακόρυφη που διέρχεται από την πραγματική θέση Π.

$\overset{\triangle}{ΠΕΒ} \Rightarrow \quad εφθ_2 = \frac{AB}{AE} \Rightarrow εφθ_2 = \frac{AB}{h} \Rightarrow h = \frac{AB}{εφ30} \quad (1)$

$\hat{ΠAB} \Rightarrow AB = AΠ \cdot εφθ_1 \Rightarrow AB = H\, εφ45 \xrightarrow{(1)}$

$h = \frac{H \cdot εφ45}{εφ30} \Rightarrow h = \frac{1{,}5 \cdot \sqrt{3} \cdot 1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{h = 4{,}5\, m}$